

U.E. – L1 MATHÉMATIQUES S1
Petit contrôle continu du 1 Octobre

Durée : 30 minutes.

Les calculatrices non programmables sont autorisées ; les documents et autres matériels électroniques sont interdits.

Exercice 1 :

(6 points) Soit les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad D = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 0 \\ -4 & 0 & 8 \\ 3 & -5 & 4 \end{pmatrix}.$$

1. Quelle taille doit avoir une matrice E pour que l'on puisse effectuer le produit BEC ?
2. Calculer les produits BC et AD .
3. Utiliser ce qui précède pour démontrer que la matrice A est inversible et déterminer son inverse.

Exercice 2 :

(8 points) Résoudre par la méthode du pivot de Gauss le système suivant, en discutant selon les valeurs du paramètre $m \in \mathbb{R}$ le nombre de solutions obtenues. On précisera à chaque étape les opérations effectuées.

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ mx + y + z = 2 - m \\ x + 2z = 3 \end{cases}$$

Exercice 3 :

(6 points) Trouver des suites d'opérations élémentaires pour les matrices augmentées

$$(A|I_2) = \left(\begin{array}{cc|cc} 7 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 1 \end{array} \right) \quad \text{et} \quad (B|I_2) = \left(\begin{array}{cc|cc} 7 & 1 & 1 & 0 \\ -14 & -2 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

pour les mettre dans la forme $(C|D)$ où C est échelonnée réduite. Que peut-on en déduire pour les inverses A^{-1} et B^{-1} ?